

# ISTITUTO DI ISTRUZIONE SUPERIORE STATALE

“Edmondo De Amicis”

Via C. Parenzo 16 - **ROVIGO**

## GARA NAZIONALE MERCURIO 2008

### PROVA SCRITTA DI MATEMATICA

**(PUNTI TOTALI 30)**

#### QUESITO 1 (punti 3)

Servendosi della definizione di limite, verificare che risulta:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 3x^2 - 4x + 12}{x - 3} = 5$$

#### QUESITO 2 (punti 4)

Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5^x}{5^x - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5^x}{5^x - 1}$$

#### QUESITO 3 (punti 7)

Studiare la funzione

$$y = \frac{2x^3}{(x+1)^2}$$

#### QUESITO 4 (punti 3)

Un'azienda dispone di 3 macchine che sono in grado di produrre, in un'ora, 100 pezzi tutti del medesimo tipo. In particolare:

la macchina 1 produce 50 pezzi l'ora e la probabilità che produca pezzi difettosi è dell'8%;

la macchina 2 produce 30 pezzi l'ora e la probabilità che produca pezzi difettosi è del 6%;

la macchina 3 produce 20 pezzi l'ora e la probabilità che produca pezzi difettosi è del 5%.

Al termine di un'ora si estrae un pezzo a caso, che risulta difettoso.

Qual è la probabilità che sia stato prodotto dalla macchina 2?

### QUESITO 5 (punti 2)

Dato il sistema:

$$\begin{cases} ax + 3y + 2z = 0 \\ ax + ay + z = 0 \\ x + y = 0 \end{cases}$$

calcolare il parametro  $a$  in modo che il sistema sia determinato.

### QUESITO 6 (punti 4)

Completare la definizione della seguente funzione:

$$f(x) = \frac{x^3 - x}{2x^2 - 2}$$

in modo da renderla continua in tutto  $\mathbb{R}$ .

### QUESITO 7 (punti 3)

Dire se la seguente funzione soddisfa le ipotesi del teorema di Lagrange nell'intervallo a fianco indicato e, in caso affermativo, determinare l'ascissa  $c$  del punto (o dei punti) che verifica il suddetto teorema:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3 - x^2}{2} & x \in [0,1] \\ \frac{1}{x} & x \in [1,2] \end{cases}$$

### QUESITO 8 (punti 4)

Un'impresa ha due crediti, uno di € 7.000 scadente fra 1 anno e l'altro di € 4.000 scadente fra 2 anni. L'impresa cede tali crediti a una società di factoring, la quale sconta commercialmente i due crediti al tasso di sconto del 18% e addebita una commissione per l'assunzione dei rischi, derivanti dall'acquisto dei crediti, pari al 2% dell'importo del primo credito e all'1,75% di quello del secondo.

Determinare il tasso annuo di costo dell'operazione per l'impresa in regime di capitalizzazione composta.