



GARA NAZIONALE I.T.C. "MERCURIO" 2005

PROVA SCRITTA DI MATEMATICA

I risultati di ciascun quesito vanno brevemente motivati.
Totale punti 30

Quesito 1 (punti 2)

- 1) Data la funzione $f(x) = \frac{1}{3-x}$ considerata per $x < 3$, determinare per quali valori di x vale $f(x) > N = 10.000$. Se tale disequazione vale $\forall N > 0$ in un opportuno intorno del numero 3, quale operazione hai verificato e quale grafico la illustra?

Quesito 2 (punti 2)

2) Calcolare i seguenti limiti:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-5}{\sqrt{9x^2+4}}$

b) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \left(\frac{1}{\ln(x-2)} - \frac{1}{x-3} \right) =$

Quesito 3 (punti 3)

- 3) Dato il sistema di cubiche di equazione $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, calcolare il valore dei parametri a, b, c, d in modo che siano soddisfatte le seguenti condizioni:
- ci sia un flesso nel punto $F(-1,1)$ con tangente inclinata di 135° rispetto al semiasse positivo delle x ;
 - la curva passi per il punto $A(0,2)$.
- Si determini infine l'equazione della tangente alla cubica nel punto B avente ascissa -2 .

Quesito 4 (punti 8)

- 4) Data la seguente funzione $f(x) = \begin{cases} \sqrt{\ln(x-3)} & \text{se } x \geq 4 \\ -|x^2 - 16| & \text{se } x < 4 \end{cases}$ studiare:

- Intersezione assi, segno della funzione
- Asintoti
- Monotonia, massimi e minimi relativi
- Concavità, flessi
- Grafico
- Eventuale continuità e derivabilità nei punti $x = +4$, $x = -4$

Quesito 5 (punti 3)

- 5) Determinare, nel campo reale, al variare di $h \in \mathbb{R}$ il numero di soluzioni distinte dell'equazione

$$||x^2 - 1| - 1| = h$$

suggerimento: utilizzare il grafico della funzione $f(x) = ||x^2 - 1| - 1|$

- Risolvere, inoltre, per $h = 1$

Quesito 6 (punti 4)

- 6) Marco ha versato presso una banca rate trimestrali di € 1500 per quattro anni. Il tasso, inizialmente dell'1,25% trimestrale, è stato portato, subito dopo la sesta rata, al 5,5% annuo effettivo. Oggi, tre anni dopo l'ultimo versamento, Marco decide di saldare anticipatamente i due debiti di € 7000 e € 8500 scadenti rispettivamente tra uno e tra due anni, scontandoli del 6% annuo composto.
- Di quale somma potrà disporre in banca tra due anni?
 - Questa scelta è conveniente per Marco?

Quesito 7 (punti 3)

7) In una Gara Nazionale i partecipanti sono così ripartiti: provenienti dal NORD 54% dei quali 48% M (maschi); provenienti dal CENTRO 32 % dei quali 41% M ; provenienti dal SUD 14% dei quali 50% M .Ritenuti tutti con la stessa probabilità di vincere determinare :

- La probabilità che a vincere sia un Maschio
- Supposto che il vincitore sia un Maschio qual è la probabilità che provenga dal SUD?

Quesito 8 (punti 5)

Il candidato risolva, a scelta, uno solo dei seguenti problemi

8A) Discutere e risolvere al variare del parametro k il sistema lineare:

$$\begin{cases} -x + 2y - kz = k \\ x - 2y = 0 \\ ky - z = k \end{cases}$$

- Stabilire inoltre, nel caso “determinato”, per quali valori di k le soluzioni sono terne di numeri tutti “negativi”.

8B) Una persona chiede un prestito a tre Banche per un importo di €100.000 :

- a) La prima Banca offre un piano di rimborso a cui corrisponde un tasso netto effettivo del 2,20% semestrale
- b) La seconda un piano analogo cui corrisponde un tasso netto del 4,40% nominale annuo convertibile 12 volte
- c) La terza concede il finanziamento contro il pagamento di 15 rate annuali posticipate, le prime 10 di importo ciascuna € 7348 , le rimanenti 5 di importo doppio.
 - Determinare la scelta più conveniente.
 - Esiste un modo diverso da quello di calcolare il tasso della terza Banca?

E' ammesso l'uso di una calcolatrice tascabile non programmabile.