

I.G.E.A.
E.R.F.C.
S.C.

Istituto Tecnico Commerciale Statale

Aldo Capitini

GARA NAZIONALE ISTITUTI TECNICI

CORSO MERCURIO

15-16 dicembre 2003

Anno scolastico 2003-2004

PROVA SCRITTA DI

MATEMATICA

Totale punti **30**

Quesito 1 (punti 2)

Si analizzi la continuità della seguente funzione :

$$f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{se } x \leq -2 \\ e^{x+2} & \text{se } -2 < x \leq 0 \\ e^{x^2} + e & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Quesito 2 (punti 6)

Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} |x-3| & \text{se } x < 3 \\ k + |x+1| & \text{se } x \geq 3 \end{cases}$$

- Si determini per quale valore di k reale la funzione è continua e si tracci il suo grafico nel piano cartesiano.
- Si verifichi se la funzione determinata nel punto a. soddisfa le ipotesi del teorema di Lagrange nell'intervallo $[0, 4]$.
- Si stabilisca se la funzione determinata ammette massimi e minimi assoluti nell'intervallo $[0, 4]$ e in caso affermativo, determinarli.

Quesito 3 (punti 2)

Si calcolino i seguenti limiti :

a. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 4x^2 + x - 6}{x^2 - 1}$ b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x - 1}{x + 5}$

Quesito 4 (punti 3)

Si calcolino i limiti delle seguenti funzioni per x che tende a zero:

a. $f(x) = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{e^x - 1}$ b. $f(x) = x^2 \ln x$

Quesito 5 (punti 8)

Si studi la seguente funzione :

$$f(x) = x - 1 - \sqrt{x^2 - 2x}$$

e se ne tracci il grafico.

Quesito 6 (punti 3)

Della funzione $f(x)$ si sa che essa è continua e derivabile con derivate continue in un opportuno intorno di $x_0 = 1$ ed inoltre si sa che :

$$f(1) = -2, \quad f'(1) = -2, \quad f''(1) = 0, \quad f'''(1) = 0, \quad f^{(4)}(1) = 0, \quad f^{(5)}(1) = -1$$

Si dimostri che in $x_0 = 1$ la funzione ammette un punto di flesso e si determini l'equazione della tangente di flesso.

Quesito 7 (punti 2)

Si determini fra quanto tempo si può riscuotere una certa somma calcolato al tasso annuo nominale convertibile semestralmente del 4% , in regime di capitalizzazione composta, se oggi si ne versano i suoi due terzi

Quesito 8 (punti 4)

Per investire una certa somma si può scegliere fra due diverse operazioni finanziarie:

- a. la prima operazione prevede la riscossione di € 12000 dopo 2, dopo 6, dopo 10 anni;
- b. la seconda operazione prevede la riscossione di rate semestrali posticipate di € 1600 per i primi 4 anni e rate annue posticipate di importo doppio delle precedenti per altri 6 anni.

Si valuti oggi quale operazione finanziaria è più conveniente al tasso annuo del 4,5%.